

1 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:14

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max$$

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq b,$$

$$x_1 \geq 0.$$

Здесь $b \in \mathbb{R}^m$, матрицы A_1, A_2 , имеют соответственно размеры $(m \times n_1), (m \times n_2)$.

Handwritten mathematical derivation of the dual problem on grid paper:

$$\begin{cases} c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq b, \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$
$$A = [A_1 \quad A_2]$$
$$A^T = \begin{pmatrix} A_1^T \\ A_2^T \end{pmatrix}$$
$$\begin{cases} b^T u \rightarrow \min \\ A_1^T u \geq c_1 \\ A_2^T u = c_2 \\ u \geq 0 \end{cases}$$

2 вариант

11 ноября 2020 г. 23:15

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max$$

$$A_1x_1 + A_2x_2 = b,$$

$$x_1 \geq 0.$$

Здесь $b \in \mathbb{R}^m$, , матрицы A_1, A_2 , имеют соответственно размеры $(m \times n_1), (m \times n_2)$.

3 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:16

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max$$

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq b.$$

Здесь $b \in \mathbb{R}^m$, матрицы A_1, A_2 , имеют соответственно размеры $(m \times n_1), (m \times n_2)$.

перейдем к эквивалентной задаче

$$\begin{cases} \bar{c} \bar{y} \rightarrow \max \\ A \bar{y} \leq \bar{b} \end{cases} \quad \begin{aligned} \bar{c} &= \begin{pmatrix} \bar{c}_1 \\ \bar{c}_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_1+n_2} \\ A &= [A_1 \ A_2] \in \mathbb{R}^{m \times (n_1+n_2)} \end{aligned}$$

двойственная к ней задача

$$\begin{cases} \bar{b} \bar{u} \rightarrow \min \\ A^* \bar{u} = \bar{c} \\ \bar{u} \geq 0 \end{cases} \quad A^* = \begin{bmatrix} A_1^* \\ A_2^* \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow$ двойственная к исходной задаче

$$\begin{cases} \bar{b} \bar{u} \rightarrow \min \\ A_1^* \bar{u} = \bar{c}_1 \\ A_2^* \bar{u} = \bar{c}_2 \\ \bar{u} \geq 0 \end{cases}$$

4 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:18

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования:

$$x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 \geq 9$$

$$-x_2 + 3x_4 - 7x_3 \leq 8$$

$$4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1 \leq 0, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0$$

Смотри вариант 16 (но если чо)

В2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$\begin{cases} x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 \geq 9 \\ -x_2 + 3x_4 - 7x_3 \leq 8 \\ 4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 \leq 0, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0 \end{cases}$$

Знаки стрелки и ограничений в задаче

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 8 & -6 \\ 0 & -1 & -7 & 3 \\ 4 & -7 & 3 & 8 \end{pmatrix}; A^T = \begin{pmatrix} 404 \\ 5-17 \\ 8-73 \\ -638 \end{pmatrix}$$

Тогда двойств. задача:

Ответ:

$$\begin{cases} 9u_1 + 8u_2 + 10u_3 \rightarrow \min \\ 4u_1 + 4u_3 \leq 1 \\ 5u_1 - u_2 - 7u_3 = 0 \\ 8u_1 - 7u_2 + 3u_3 \geq 2 \\ -6u_1 + 3u_2 + 8u_3 \leq 3 \\ u_1 \leq 0, u_2 \geq 0 \end{cases}$$

5 вариант done

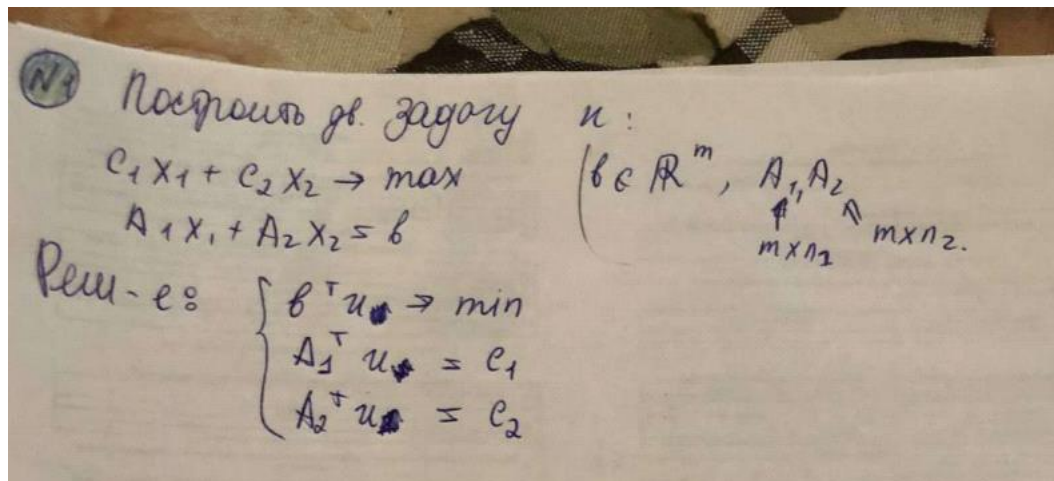
11 ноября 2020 г. 23:18

1. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max$$

$$A_1 x_1 + A_2 x_2 = b,$$

Здесь $b \in \mathbb{R}^m$, , матрицы A_1, A_2 , имеют соответственно размеры $(m \times n_1), (m \times n_2)$.



6 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:18

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c x \rightarrow \max$$

$$A_1 x \leq b_1,$$

$$A_2 x = b_2,$$

$$x \geq 0.$$

Здесь $b_1 \in \mathbb{R}^{m_1}, b_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$, матрицы A_1, A_2 имеют соответственно размеры $(m_1 \times n), (m_2 \times n)$.

Handwritten solution for the dual problem on grid paper:

2) $cx \rightarrow \max$
 $A_1 x \leq b_1$
 $A_2 x = b_2$
 $x \geq 0$

$A = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} \quad A^T = [A_1^T, A_2^T]$
 $b = (b_1, b_2) \quad c = c$

~~$u_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$
 $u_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$~~

$b_1 u_1 + b_2 u_2 \rightarrow \min$
 $A_1^T u_1 + A_2^T u_2 \geq c$
 $u_1 \geq 0$

$u_1 \in \mathbb{R}^{m_1}$
 $u_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$

7 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:19

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 7,$$

$$8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11,$$

$$x_1 \geq 0.$$

The image shows a handwritten solution for constructing the dual problem. It is divided into two columns by a double arrow ($\Rightarrow$). The left column contains the primal problem, and the right column contains the dual problem.

Left Column (Primal Problem):

- $\underline{N2}$ $x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$
- $4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 7$
- $8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11$
- $x_1 \geq 0$

Right Column (Dual Problem):

- $7u_1 + 11u_2 \rightarrow \min$
- $4u_1 + 8u_2 \geq 1$
- $5u_1 + 9u_2 = 2$
- $6u_1 + 10u_2 = 3$
- $u_1 \geq 0$

8 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:19

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$c^T x \rightarrow \max$$

$$A_1 x \leq b_1,$$

$$A_2 x = b_2,$$

Здесь $b_1 \in \mathbb{R}^{m_1}, b_2 \in \mathbb{R}^{m_2}$, матрицы A_1, A_2 имеют соответственно размеры $(m_1 \times n), (m_2 \times n)$.

Построить дв-ую задачу

$$\begin{cases} c^T x \rightarrow \max \\ A_1 x \leq b_1 \\ A_2 x = b_2 \end{cases} \quad b_1 \in \mathbb{R}^{m_1}, b_2 \in \mathbb{R}^{m_2}, A_1, A_2$$

Двойственная задача

$$\begin{cases} b_1^T u_1 + b_2^T u_2 \rightarrow \min \\ A_1^T u_1 + A_2^T u_2 = c \\ u_1 \geq 0 \end{cases}$$

9 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:19

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7,$$

$$8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

д/2

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &\rightarrow \max \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 &= 7 \\ 8x_1 + 9x_2 + 10x_3 &= 11 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$c = (1, 2, 3)$
 $b = \begin{pmatrix} 7 \\ 11 \end{pmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 10 \end{bmatrix}$

1) векторы b и c меняются местами, $A \Rightarrow A^*$
2) каждому уравнению соответствует переменная, тип уравнения — ограничение

д/1

$$\begin{aligned} 7u_1 + 11u_2 &\rightarrow \min \\ 4u_1 + 8u_2 &\geq 1 \\ 5u_1 + 9u_2 &\geq 2 \\ 6u_1 + 10u_2 &= 3 \end{aligned}$$

10 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:20

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7,$$

$$8x_1 + 9x_2 + 10x_3 \leq 11,$$

$$x_3 \geq 0.$$

р2

Максим. 15.5

414

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7 \\ 8x_1 + 9x_2 + 10x_3 \leq 11 \\ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} L &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 + u_1(7 - 4x_1 - 5x_2 - 6x_3) + u_2(11 - 8x_1 - 9x_2 - 10x_3) = \\ &= 7u_1 + 11u_2 + \underbrace{(x_1, 1 - 4u_1 - 8u_2)}_{\text{прил.}} + \underbrace{(x_2, 2 - 5u_1 - 9u_2)}_{\text{прил.}} + (x_3, 3 - 6u_1 - 10u_2) \end{aligned}$$

$$\begin{cases} 7u_1 + 11u_2 \rightarrow \min \\ 4u_1 + 5u_2 = 1 \\ 8u_1 + 9u_2 = 2 \\ 6u_1 + 10u_2 \geq 3, u_2 \geq 0 \end{cases}$$

11 вариант

11 ноября 2020 г. 23:20

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7,$$

$$8x_1 + 9x_2 + 10x_3 \leq 11,$$

$$x_3 \leq 0.$$

12 вариант

11 ноября 2020 г. 23:21

2. Найти в терминах двойственной задачи необходимые и достаточные условия несовместности линейной системы

$$A_1 x = b,$$

$$A_2 x + A_3 y \leq 0,$$

$$x \geq 0.$$

Здесь $b_1 \in R^{m_1}, b_2 \in R^{m_2}$, матрицы A_1, A_2, A_3 имеют соответственно размеры $(m_1 \times n), (m_2 \times n), (m_2, k)$.

13 вариант

11 ноября 2020 г. 23:21

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования:

$$x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 \geq 9$$

$$-x_2 + 3x_4 - 7x_3 \geq 8$$

$$4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_2 \geq 0, x_3 \leq 0, x_4 \geq 0$$

$$\left. \begin{array}{l} u_1 \leq 0 \\ u_2 \leq 0 \\ u_3 \text{ — нет оп.} \end{array} \right\}$$

// реш. не проверено

Ф-я Лагранжа:

$$\begin{aligned} L(x_1, x_2, x_3, x_4, u_1, u_2, u_3) &= x_1 + 2x_3 + 3x_4 + \langle u_1, 9 - 4x_1 - 5x_2 + \\ &+ 6x_4 - 8x_3 \rangle + \langle u_2, 8 + x_2 - 3x_4 + 7x_3 \rangle + \langle u_3, 10 - 4x_1 - 8x_4 + 7x_2 - \\ &- 3x_3 \rangle = 9u_1 + 8u_2 + 10u_3 + \langle x_1, 1 - 4u_1 - 4u_3 \rangle + \\ &+ \langle x_2, -5u_1 + u_2 + 7u_3 \rangle + \langle x_3, 2 - 8u_1 + 7u_2 - 3u_3 \rangle + \\ &+ \langle x_4, 3 - 8u_1 - 3u_2 - 8u_3 \rangle \end{aligned}$$

Двойск:

$$\begin{cases} 9u_1 + 8u_2 + 10u_3 \rightarrow \min \\ 4u_1 + 4u_3 = 1 \\ -5u_1 + u_2 + 7u_3 \geq 0 \\ 2 - 8u_1 + 7u_2 - 3u_3 \leq 0 \\ 3 - 8u_1 - 3u_2 - 8u_3 \geq 0 \\ u_1 \leq 0, u_2 \leq 0 \end{cases}$$

14 вариант

11 ноября 2020 г. 23:22

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 7,$$

$$8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11,$$

$$x_1 \leq 0, x_2 \geq 0.$$

15 вариант

11 ноября 2020 г. 23:22

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования:

$$x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 = 9$$

$$-x_2 + 3x_4 - 7x_3 \leq 8$$

$$4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 \geq 10$$

$$x_1 \geq 0, x_3 \leq 0, x_4 \geq 0$$

16 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:23

2. Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования:

$$x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$$

$$4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 \geq 9$$

$$-x_2 + 3x_4 - 7x_3 \leq 8$$

$$4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1 \leq 0, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0$$

н 2) Прямая: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 & 8 \\ 0 & -1 & -7 & 3 \\ 4 & -7 & 8 & 8 \end{pmatrix} \Rightarrow A' = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 & 4 \\ 0 & 5 & -1 & -7 \\ 2 & -8 & -7 & 8 \\ 3 & -3 & 3 & 8 \end{pmatrix}$

Двойная:

$$\begin{aligned} &9y_1 + 8y_2 + 10y_3 \rightarrow \min \\ &4y_1 + 4y_3 \leq 1 \\ &5y_1 - y_2 - 7y_3 = 0 \\ &8y_1 - 7y_2 + 8y_3 \geq 2 \\ &-6y_1 + 3y_2 + 8y_3 \leq 3 \\ &y_1 \leq 0, y_2 \geq 0 \end{aligned}$$

$x_1 + 2x_3 + 3x_4 \rightarrow \max$
 $4x_1 + 5x_2 - 6x_4 + 8x_3 \geq 9$
 $-x_2 + 3x_4 - 7x_3 \leq 8$
 $4x_1 + 8x_4 - 7x_2 + 3x_3 = 10$
 $x_1 \leq 0, x_3 \geq 0, x_4 \leq 0$

17 вариант

11 ноября 2020 г. 23:23

2. Найти в терминах двойственной задачи необходимые и достаточные условия несовместности линейной системы

$$A_1 x \leq b,$$

$$A_2 x + A_3 y = 0,$$

$$y \geq 0.$$

Здесь $b_1 \in R^{m_1}, b_2 \in R^{m_2}$, матрицы A_1, A_2, A_3 имеют соответственно размеры $(m_1 \times n), (m_2 \times n), (m_2, k)$.

18 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:52

② Построить двойственную задачу к задаче линейного программирования

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \geq 7 \\ 8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11 \\ x_2 \leq 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 5 & 9 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$$

для u_1 будет ∞
для u_2 нет огр.

$L = x + n$

для u_2

$$L = x_1 + 2x_2 + 3x_3 + \langle u_1, 7 - 4x_1 - 5x_2 - 6x_3 \rangle +$$

$$+ \langle u_2, 11 - 8x_1 - 9x_2 - 10x_3 \rangle = 7u_1 + 11u_2 +$$

$$+ \langle x_1, 1 - 4u_1 - 8u_2 \rangle + \langle x_2, 2 - 5u_1 - 9u_2 \rangle +$$

незав.

$$+ \langle x_3, 3 - 6u_1 - 10u_2 \rangle$$

незав.

$$\begin{cases} 7u_1 + 11u_2 \rightarrow \min \\ 4u_1 + 8u_2 = 1 \\ 5u_1 + 9u_2 \leq 2, u_1 \neq 0 \\ 6u_1 + 10u_2 = 3 \\ u_1 \neq 0. \end{cases}$$

19 вариант done

11 ноября 2020 г. 23:55

$$\begin{cases} c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 \leq 0 \\ A_3 x_1 \geq b \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} b &\in \mathbb{R}^m \\ A_1, A_2, A_3 &\in \mathbb{R}^{m \times n_1} \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \mathbb{R}^{k \times n_1} \quad \mathbb{R}^{k \times n_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\mathbb{R} \quad \mathbb{R} \\ A = &\left(\begin{array}{cc|c} c_1 & c_2 & 0 \\ A_1 & A_2 & 0 \\ A_3 & 0 & b \end{array} \right) \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} c_1 & A_1^T & A_3^T \\ c_2 & A_2^T & 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

двух.

$$\begin{cases} b u_2 \rightarrow \min \\ A_1^T u_1 + A_3^T u_2 = c_1 \\ A_2^T u_1 \geq c_2 \\ u_1 \leq 0 \quad u_2 \geq 0 \end{cases}$$

№2 Построить ~~двойственную~~ двойственную задачу к задаче
лин. progr.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 \leq 7 \\ 8x_1 + 9x_2 + 10x_3 = 11 \\ x_i \geq 0 \end{cases}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 8 & 9 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A^T = \left(\begin{array}{c|cc} 1 & 4 & 8 \\ 2 & 5 & 9 \\ 3 & 6 & 10 \end{array} \right)$$

Ответ:
$$\begin{cases} 7y_1 + 11y_2 \rightarrow \min \\ 4y_1 + 8y_2 \geq 1 \\ 5y_1 + 9y_2 = 2 \\ 6y_1 + 10y_2 = 3 \\ y_i \geq 0 \end{cases}$$

21 вариант done

11 ноября 2020 г.

23:59

N2

Итого мы будем чис

$$\begin{cases} A_{11}x_1 + A_{12}x_2 \leq b_1 \\ A_{21}x_1 + A_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 \geq 0 \end{cases}$$

← приписываем
 $c_1x_1 + c_2x_2 \rightarrow \max$
где c_1 и $c_2 = 0$
и переходим к двойств задаче.

~~Вывод~~

$$\begin{cases} b_1u_1 + b_2u_2 \rightarrow \min \\ A_{11}^T u_1 + A_{21}^T u_2 \geq 0 \\ A_{12}^T u_1 + A_{22}^T u_2 = 0 \\ u_1 \geq 0 \end{cases}$$

$\forall N \quad b_1u_1 + b_2u_2 \leq N$

т.е. минимум никогда не достигается

Т.е. мы напишем, что задачу не решить в терминах двойств. задачи.

22 вариант done

12 ноября 2020 г. 0:01

$$\begin{cases} c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max \\ A_1 x_1 + A_2 x_2 = 0 \\ A_3 x_1 \geq b \\ x_1 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} b \in \mathbb{R}^m \\ A_1, A_2, A_3 \text{ имеют соответствующие размеры } (k \times n_1), (k \times n_2), (k \times n_3) \end{matrix}$$

≥ 0

$$A = \left(\begin{array}{cc|c} c_1 & c_2 & 0 \\ A_1 & A_2 & 0 \\ A_3 & 0 & b \end{array} \right) \Rightarrow A^T = \left(\begin{array}{cc|c} 0 & b & \\ A_1^T & A_3^T & c_1 \\ A_2^T & 0 & c_2 \end{array} \right)$$

$\Rightarrow$ двойственная задача имеет вид:

$$\begin{cases} b u_2 \rightarrow \min \\ A_1^T u_1 + A_3^T u_2 \geq c_1 \\ A_2^T u_1 = c_2 \\ u_2 \leq 0 \end{cases}$$

23 вариант

12 ноября 2020 г. 0:05

②

$$\begin{cases} A_1 x_1 + A_2 x_2 = b \\ x_i \geq 0 \end{cases}, \quad b \in \mathbb{R}^m, \quad A_1 - (m \times n_1), \quad A_2 - (m \times n_2)$$

(c, x) → max